

Pengertian Matematika

Matematika:

1. Bahasa simbol
2. Bahasa numerik
3. Metode berpikir logis
4. Ratunya ilmu
- 5 Ilmu tentang bilangan dan ruang
6. Ilmu tentang hubungan pola, bentuk, dan struktur
7. Ilmu yang abstrak dan deduktif

Istilah Matematika

1. Inggris (Mathematics)
2. Jerman (Mathematik)
3. Perancis (Mathematique)
4. Itali (Matematico)
5. Rusia (Matematiceski)
6. Belanda (Mathematick)

Berasal dari kata Latin *mathematica*, yang mulanya diambil dari kata Yunani

mathematike = kata Latin *mathanein* (*belajar*)

Pengertian Matematika

1. Cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis
2. Pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi
3. Pengetahuan tentang penalaran logik dan berhubungan dengan bilangan
4. Pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk
5. Pengetahuan tentang struktur-struktur yang logik
6. Pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat

Indonesia setelah dijajah oleh Belanda dan Jepang digunakan istilah “Ilmu Pasti” (Hasil yang pasti dan tunggal), harus ditiadakan. Contoh: pengukuran panjang, luas, kecepatan, dsb.

Cabang Matematika:

1. Ilmu Ukur
2. Aljabar
3. Trigonometri
4. dll

Karakteristik Matematika

1. Memiliki objek kajian abstrak
2. Bertumpu pada kesepakatan
3. Berpola pikir deduktif
4. Memiliki simbol yang kosong dari arti
5. Memperhatikan semesta pembicaraan
6. Konsistem dalam sistemnya

A. Memiliki Objek Kajian Abstrak

Objek dasar matematika

1. Fakta
2. Konsep
3. Operasi atau relasi
4. Prinsip

Berdasarkan objek inilah disusun suatu pola dan struktur

Fakta

Diungkap dengan simbol-simbol tertentu

Contoh:

1. Simbol “3” dipahami sebagai bilangan “tiga”
2. $3 + 4$
3. 3×5

Fakta yang kompleks:

$$3 \times 5 = 5 + 5 + 5$$

4. “//” artinya sejajar
5. (x,y) artinya pasangan berurutan

Konsep

Ide abstrak yang digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek. Apakah objek tertentu merupakan contoh atau bukan.

“segitiga” nama suatu konsep abstrak.

“bilangan asli” nama suatu konsep yang lebih kompleks.

Konsep yang sangat penting:

1. Fungsi
2. Variabel
3. Konstanta

Konsep yang sifatnya lebih kompleks:

1. Matriks
2. Vektor
3. Grup
4. Ruang Metrik

Definisi

Definisi: Ungkapan untuk membatasi suatu konsep.

Trapesium:

1. Segiempat yang tepat sepasang sisinya sejajar
2. Segiempat yang terjadi jika sebuah segitiga dipotong oleh sebuah garis yang sejajar salah satu sisinya

Keduanya memiliki “intensi” yang berbeda, tetapi memiliki “ekstensi” yang sama.

Definisi 1, digolongkan pada definisi analitis, yaitu definisi yang menyebutkan genus proksimum (pembeda khusus)

Definisi 2, digolongkan pada definisi genetik, yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi.

Definisi 3, definisi dengan rumus:

$$a - b = a + (-b)$$

$$n! = n(n-1)!$$

$$0! = 1$$

Operasi

Operasi: pengerjaan hitung (+, -, x, dan :)
gabungan, irisan

Operasi: suatu fungsi, yaitu relasi khusus, karena operasi adalah aturan untuk memperoleh elemen tunggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui.

Elemen tunggal = hasil operasi.

Satu atau lebih elemen yang diketahui disebut elemen yang dioperasikan.

Penjumlahan adalah operasi biner

“tambah lima” adalah operasi Unair

Operasi disebut juga “skill” bila yang ditekankan adalah keterampilannya

Prinsip

Prinsip: objek matematika yang komplek.

Prinsip dapat terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi.

Prinsip adalah hubungan antara berbagai objek dasar matematika, misalnya: sifat, teorema, dsb.

B. Bertumpu pada Kesepakatan

Kesepakatan yang mendasar adalah aksioma dan konsep primitif.

Aksioma diperlukan untuk menghilangkan berputar-putar dalam pembuktian.

Konsep primitif diperlukan untuk menghindari berputar-putar dalam pendefinisian.

Aksioma juga disebut sebagai postulat ataupun pernyataan pangkal (yang sering dinyatakan, tetapi tidak perlu dibuktikan).

Konsep primitif, yaitu pengertian pangkal yang tidak perlu didefinisikan.

Beberapa aksioma dapat membentuk suatu sistem aksioma, yang selanjutnya dapat menurunkan berbagai teorema.

Dalam aksioma tertentu terdapat konsep primitif tertentu. Dari satu atau lebih konsep primitif dapat dibentuk konsep baru melalui pendefinisian.

C. Berpola Pikir Deduktif

Pemikiran yang berpangkal dari hal yang bersifat umum diterapkan atau diarahkan kepada hal yang bersifat khusus.

Misalnya Teorema Pythagoras dibuktikan dengan menggunakan teorema atau definisi terdahulu yang telah diterima sebagai suatu kebenaran

D. Memiliki Simbol yang Kosong dari Arti

Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, bangun geometri tertentu, dsb.

Huruf-huruf yang digunakan dalam model persamaan, $x + y = z$ belum tentu berarti bilangan, demikian juga tanda “+” belum tentu operasi tambah untuk dua bilangan.

Secara umum huruf dan tanda dalam model $x + y = z$ masih kosong dari arti, terserah kepada yang akan memanfaatkan model tersebut.

Kosongnya arti simbol maupuntanda dalam model matematika itu justru memungkinkan “intervensi” matematika ke dalam berbagai pengetahuan.

Kosongnya arti itu memungkinkan matematika memasuki medan garapan dari ilmu bahasa (Linguistik}

E. Memperhatikan Semesta Pembicaraan

Matematika memiliki simbol yang kosong dari arti, sehingga diperlukan kejelasan dalam lingkup apa model itu digunakan?

Contoh:

Semesta: bilangan bulat

$2x = 5$, adakah penyelesaiannya?

Semesta: vektor

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{z}$$

F. Konsisten dalam Sistemnya

Dalam aljabar terdapat sistem aksioma dari group, ring, field, dsb.

Dalam Geometri terdapat sistem geometri netral, Euclides, non Euclides, dsb.

Kalau ditetapkan atau disepakati $a + b = x$ dan $x + y = p$, maka $a + b + y$ harus sama dengan p .

Sistem dan Struktur dalam Matematika

Sistem: sekumpulan unsur atau elemen yang terkait satu sama lain dan mempunyai tujuan tertentu.

Unsur atau elemen dalam sistem tergantung pada semesta pembicaraan.

Sistem aksioma, unsurnya adalah aksioma.

Sistem bilangan, sistem persamaan, dsb

Struktur: suatu sistem yang didalamnya memuat atau diperhatikan adanya hubungan yang hirarkis.

Suatu sistem aksioma yang diikuti dengan teorema-teorema yang dapat diturunkan daripadanya membentuk suatu struktur.

Di dalam struktur matematika yang lengkap itulah terdapat “konsep primitif,” “aksioma-aksioma,” “konsep-konsep lain yang didefinisikan,” dan “teorema-teorema.”

“lemma” atau “colollary” bahkan terkadang disebut “kriteria.”

Beberapa aksioma yang berupa beberapa pernyataan, dapat membentuk suatu sistem apabila memenuhi syarat:

1. Independen atau bebas
2. Konsisten atau taat asas (non kontradiksi)
3. Lengkap

Contoh

Dalam aljabar abstrak dikenal pengertian Grup.

Misalnya S.

Jika G suatu himpunan dan $*$ suatu operasi biner yang memenuhi:

1. $(\forall a, b \in G) a * b \in G$ (*sifat tertutup*)

2. $(\forall a, b, c \in G) (a * b) * c = a * (b * c)$ (*sifat asosiatif*)

3. $(\exists e \in G)(\forall a \in G) a * e = a = e * a$ (*sifat netral*)

4. $(\forall a \in G)(\exists -a \in G) a * -a = e = -a * a$ (*ada invers*)

Maka $(G, *)$ disebut suatu grup

Sekian